ストック・オプションの公正価値評価に関するサーベイ (不確実性下における意思決定問題)

AUTHOR(S):

木村, 俊一; 杉本, 匡

数理解析研究所講究録
第 1734 巻 2011 年 125-132

ストック・オプションの公正価値評価に関するサーベイ

北海道大学大学院・経済学研究科　木村 俊一 (Toshikazu Kimura)*
Graduate School of Economics and Business Administration
Hokkaido University
北海道大学大学院・経済学研究科　杉本 匡 (Tadashi Sugimoto)
Graduate School of Economics and Business Administration
Hokkaido University

1　はじめに

ストック・オプションとは経営者または従業員の労働の対価として付与される譲渡制限付きコール・オプションの一種である。ストック・オプションは ESO (Executive/Employee Stock Option) と略されることが多い。ESO は、国際会計基準をはじめアメリカ、日本の会計基準においても公正価値をもって評価される。しかし、公正価値をもって評価するための評価モデルとして、いずれの会計基準においても明確に定められていないのが現状である。また、ESO は会社から経営者・従業員に対し支給されるインセンティブ報酬であり、会社の株価上昇を目的としている。会社は彼らのインセンティブを向上させるために様々な ESO 契約を締結している。そのためその契約内容はますます複雑化し、ESO の価値を適切に評価するためのモデルの複雑化も進んでいる。

このような現状に伴い、適切な評価モデルの開発が国際的にも喫緊の課題となっている。後述する修正ブラック・ショールズモデルをはじめとして様々な ESO 評価モデルが開発されてきた。現在もなおモデル開発は進んではいるが、未だに適切な評価モデルをわれわれは手に入れることができないでいる。開発されたモデルは、先行モデルを改良すべく素晴らしい特徴を有する半面、何らかの問題点を抱えている。そのため、先行モデルの特徴と問題点を分析することは、新たなモデルを開発する上では必要不可欠な課題となる。本稿では、ESO の適切な評価モデルの開発が国際的にも重要な課題であることに鑑み、現在の代表的な ESO モデルの特徴を分析し、それらが有する問題点を浮き彫りにするために先行研究のサーベイを行う。

ESO を適切に評価するためには、ESO 特有の特徴を押さえることがまず必要となる。ESO の特徴として ESO と報酬関係にあるサービス提供期間である対象勤務期間がある。期間は一般的に 2–3 年であり、この期間は権利行使できない。金融オプションの場合、一般的には満期が 1 年であるが、ESO の満期はより長く典型的には 10 年が多い。ESO 保持者のインセンティブを期待して ESO が付与されることから、付与後すぐに権利行使を許せばそのインセンティブ効果を企業は期待できなくなる。そこで、対象勤務期間を設けその期間中は ESO 保持者にインセンティブ効果を発揮してもらい、その期間を経過してはじめて権利行使することを認めている。そのため対象勤務期間中に ESO 保持者が退職した場合は、付与された ESO は無効となる。また、ESO は対象勤務期間経過後から満期まで、いつでも権利行使できるアメリカンオプションである。一般的に、ESO の権利行使価格は付与時の株価の時価に等しいという点も ESO の特徴である。

本稿の構成は以下の通りである。第 2 節ではヨーロピアンオプションモデルの特徴とその問題点について、第 3 節ではアメリカンオプションモデルの特徴とその問題点について分析し、第 4 節では分析結果と今後の課題についてまとめる。

*The first author was supported in part by the Grant-in-Aid for Scientific Research (No. 20241037) of the Japan Society for the Promotion of Science in 2008–2012.

2 ヨーロピアンオプションモデル

2.1 準備

◇株価過程

オプションモデル分析を行う前に、その準備として各モデルの前提となる株価過程について説明する。本稿を通して、市場は完備で無裁定であると仮定する。$(W_t)t \geq 0$ を確率空間 $(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_t)_{t\geq 0}, \mathbb{P})$ 上の標準ブラウン運動過程とするとき、効率的な市場で形成される株価過程 $(S_t)_{t\geq 0}$ はリスク中立確率測度の下で幾何ブラウン運動に従い、確率微分方程式

$$\frac{\mathrm{d}S_t}{S_t} = (r - \delta)\mathrm{d}t + \sigma \mathrm{d}W_t, \quad t \geq 0$$

によって記述される。ここで、$r > 0$ は安全利子率、$\delta \geq 0$ は株式の配当率、$\sigma > 0$ は株式のボラティリティであり、それぞれ定数とする。

◇ Black-Scholes (BS) 公式

BS 公式として有名なオプションモデルは、Black & Scholes (1973), Merton (1973) によって開発された。前述の確率微分方程式を用いて、満期 T、権利行使価格 K とするヨーロピアン・コール・オプションの時点 t の価値は

$$C(S_t, T, K, r, \delta, \sigma) = S_t \mathrm{e}^{-\delta(T-t)}\Phi(d_1) - K\mathrm{e}^{-r(T-t)}\Phi(d_2)$$

によって与えられる。ここで $\Phi(\cdot)$ は標準正規分布の分布関数であり

$$d_1 = \frac{\log(S_t/K) + (r - \delta + \sigma^2/2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}, \qquad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

で与えられる。BS 公式は、オプション価格を比較的入手しやすいパラメーターをもって簡単に計算できるという点で、非常に魅力的なモデルである。しかし、この BS 公式は満期まで権利行使できないことを前提とするモデルであるため、アメリカンオプションである ESO 価値をそのまま BS 公式を用いて算定することができない。そこで、BS 公式を修正することによって ESO 価値を算定するモデル開発がなされている。

2.2 修正 BS モデル

BS 公式を修正することによって、ESO 価値を算定する修正 BS モデルは、アメリカ会計基準 SFAS123 (1995, 2004) によって推奨されたモデルである。ESO は、対象勤務期間から満期の間にいつでも権利行使ができるアメリカンオプションであることから、満期 T まで権利行使できないとする条件では適切に ESO の価値を算定することができない。そこで、ヨーロピアンオプションに対する BS 公式の満期 T をストック・オプションの平均寿命 L ($< T$) で置き換えることによって、時点 $t = 0$ を ESO 付与日、$t = T_1 \in (0, T)$ を権利確定日とする

$$L = T_1 + \frac{1}{2}(T - T_1) = \frac{T + T_1}{2} < T$$

が提案されている。$S_0 = S$ とおくと、付与日 $t = 0$ における ESO の価値 $V \equiv V(S, T, K, r, \delta, \sigma)$ は

$$V(S, T, K, r, \delta, \sigma) = C(S, L, K, r, \delta, \sigma)$$

となる。修正 BS モデルは、BS 公式の特徴である比較的入手しやすいパラメーターをもって簡単に算定できるというメリットを承継しいる。また、この簡便性から現行の会計基準上推奨されており、実務上多く

の企業が修正 BS モデルを ESO 価値算定に用いている。しかし、修正 BS モデルでは、計算の簡便性を優先した結果、ESO の評価価値の正確性を犠牲にしており、以下のような問題を引き起こしている。修正 BS モデルでは、仮定計算であるストック・オプションの平均寿命 L を計算し、権利行使時を時点 L としているが、実際には権利確定日から満期の間に権利行使されるため ESO の価値が適切に評価されない可能性がある。また、離職すると ESO の失効・放棄または即時権利行使が起こるが、離職しないことを前提に ESO の価値を評価しているため、現実とは乖離する可能性もある。さらに、ESO には権利行使価格を変更できるなど様々な特約が付くことがあるが、特約を考慮することができないといった問題点も挙げられる。そこで、これらの問題点を解消するために様々なモデルが提案されている。

2.3 誘導型モデル

◇ Jennergren & Näslund (1993) モデル

修正 BS モデルの問題点の一つである離職問題の解消を試みた Jennergren & Näslund (1993) の提案した誘導型モデルを分析する。これは、離職率 λ を考慮した連続時間ハザード・モデルである。離職現象はポアソン過程に従って外生的に生じるものとしている。このとき ESO の価値 V は

$$V = \mathrm{e}^{-\lambda T} C(S, T, K, r, \delta, \sigma)$$

で与えられる。Jennergren & Näslund の提案した誘導型モデルでは、以下のような問題点がある。このモデルでは離職率 λ が一定であると仮定している。実際には対象勤務期間中の離職は ESO が無効となるため、対象勤務期間中より対象勤務期間後の方が離職率が高くなることが予想される。そのため離職率を一定であるという仮定は算定される ESO の価値を現実と乖離させる可能性がある。また、離職率をあらかじめ決定する必要があるが、その見積りに明確な基準がないことから客観的な算定が困難である。その結果、ESO 価値算定に経営者の恣意性介入といった問題が生じる可能性もある。

◇ Cuny & Jorion (1995) モデル

Jennergren & Näslund モデルと同様に離職を考慮するが、離職するか否かはその時の株価に依存するとしている。$q(S_t)$ を時点 t の株価 S_t に依存した ESO 残存率とすると、ESO の価値 V は

$$V = \mathrm{e}^{-rT_1} \mathbb{E}\big[q(S_{T_1}) C(S_{T_1}, T - T_1, K, r, \delta, \sigma)\big]$$

で与えられる。ESO 残存率 $q(S_{T_1})$ については、ESO 保持者の期待株価 $\bar{S}$ を用いて

$$q(S_{T_1}) = \begin{cases} S_{T_1}/\bar{S}, & S_{T_1} \leq \bar{S} \\ 1, & S_{T_1} > \bar{S} \end{cases}$$

と定めている。このように Cuny & Jorion モデルでは、離職率問題を株価を用いて解消しようとしている。しかし、このモデルでは対象勤務期間のみしか離職を考慮しておらず、対象勤務期間後の退職を無視している点で問題がある。また、ESO 残存率の定義に期待株価を用いているが、期待株価の明確な基準がないことから、このモデルでも離職率を客観的に見積ることができないという問題点は依然残っている。さらに、期待株価と株価の変化が離職率と連動すると仮定するが、現実の離職率と合致しているか不明確であるという問題もある。

◇ **Carr & Linetsky (2000) モデル**

Jennergren & Näslund モデルと Cuny & Jorion モデルでは離職のみしか考慮されていなかったが、Carr & Linetsky モデルでは、離職と早期行使の両方に関するハザード・モデルを提案している。離職率を λ_f、早期行使率を λ_e とし、外生的なショックに基づいて離職あるいは早期行使が独立に生じると仮定している。早期行使率 λ_e は、時点 t における株価 S_t と行使価格 K に依存し、アウト・オブ・ザ・マネー $(S_t < K)$ のときは離職あるいは権利放棄となるので、時点 t における総ハザード率 h_t は

$$h_t = \lambda_f + \lambda_e \mathbf{1}_{\{S_t > K\}}, \quad t \in [0, T]$$

となる。早期行使は、利得がある場合のみ権利行使されることから、早期行使率 λ_e はイン・ザ・マネー $(S_t > K)$ のときのみ考慮される。そのため、アウト・オブ・ザ・マネー $(S_t < K)$ の場合は Carr & Linetsky モデルと同じになる。Carr & Linetsky モデルでは、新たに早期行使率を考慮してより現実に近いモデルを構築しようとしている。しかし、このモデルには以下の問題点がある。ここでは、早期行使が外生的なショックによって起ると捉えているが、早期行使の目的は有利な権利行使の達成にあると考えられ内生的な問題であるといえる。そのため、実際の現象と乖離した ESO 価値算定を行ってしまう可能性がある。また、ここでも離職率の客観的な見積りの困難性と経営者の恣意性介入という問題点は残されており、早期行使率についても同様の問題点が指摘できる。

2.4 境界値オプションモデル

株価がある上方境界 $H\ (> K)$ に到達したときに早期行使が生じるとみなし、境界値オプションを用いて ESO 価値算定を行うモデルである。

◇ **Hull & White (2004) モデル**

Hull & White モデルは、二項モデルによって表される離散時間モデルであり、二項モデルの上昇確率を $p > 0$、ESO 保持者は単位時間当たり一定の率 λ で離職すると仮定している。二項モデルは、オプションの発行から満期 T を N 個の微小期間 $\Delta t = T/N$ に分割し、時点 i にノード j に位置する株価および ESO 価格を、それぞれ $S_{i,j}$ および $f_{i,j}$ と定義する。ESO 価格 $f_{i,j}$ の値を N から 0 まで逆順に計算し、最後に算定される $f_{0,0}$ が現在の ESO 価値となる。すなわち

Step 1: $i = N$ のとき。時点 N の株価から権利行使価格を控除した金額と 0 と比較していずれか大きい方が、時点 N の ESO 価値となる。

$$f_{N,j} = \max(S_{N,j} - K, 0)$$

Step 2: $0 \leq i \leq N-1$ のとき。時点 N 以外の ESO 価値である。この場合は以下の二つの場合に分けて考える。

- 対象勤務期間後 $(i\Delta t \geq T_1)$ の場合
  - $S_{i,j} \geq H$（株価が境界を越えたとき）時点 i の株価から権利行使価格を控除した金額が時点 i の ESO 価値となる。

$$f_{i,j} = S_{i,j} - K$$

- $S_{i,j} < H$（株価が境界を越えないとき）以下の ESO 価値を求める式の 1 項目は、離職しないときの価値、2 項目は離職したときの価値であり、その合計額が時点 i の ESO 価値となる。

$$f_{i,j} = (1 - \lambda\Delta t)\mathrm{e}^{-r\Delta t}\big[pf_{i+1,j+1} + (1-p)f_{i+1,j}\big] + \lambda\Delta t \max(S_{i,j} - K, 0)$$

- 対象勤務期間中 ($i\Delta t < T_1$) の場合。以下の ESO を求める式は離職しない場合のみの価値である。なぜなら対象勤務期間中に離職した場合は ESO は無効となるからである。

$$f_{i,j} = (1 - \lambda\Delta t)\mathrm{e}^{-r\Delta t}\big[pf_{i+1,j+1} + (1-p)f_{i+1,j}\big]$$

Hull & White モデルでは、権利行使のタイミングを境界にヒットした時点であると仮定し、修正 BS モデルの権利行使時期の問題を解消しようとしている。また、このモデルでは二項モデルを用いているためステップ数を増やすことにより正確な ESO 価値を算定できるというメリットがある。しかし、このモデルで用いられる境界 H は市場の株価に依存するため、見積りが非常に困難である。また、時間の経過とともに満期までの残存時間の減少により境界 H は単調減少関数となるが、Hull & White モデルでは一定の H であり、現実と乖離する可能性がある。さらに、境界値オプションモデルにおける境界 H 、離職率 λ の見積りにおいて経営者の恣意性介入の恐れがある。また、計算の正確性のためにステップ数を増加させると計算時間がかかるというデメリットが生じる。さらに、離職現象が境界値にも影響を与える可能性があるにもかかわらず、離職率は考慮されていないため、H の中にも離職率 λ を考慮すべきとも考えられる。

◇ Cvitanić, Wiener & Zapatero (2008) モデル

Cvitanić et al. モデルでは、対象勤務期間後、ESO は株価が境界 $H = Le^{\alpha t}$, $(\alpha \geq 0)$ に到達したとき権利行使される。$\alpha = 0$ のときは Hull & White モデルと境界は一致するが、Hull & White モデルが離散時間モデルであるのに対して、Cvitanić et al. モデルは離職率 λ がポワソン過程にしたがって生じると仮定した有限満期の連続時間モデルである。対象勤務期間中と対象勤務期間後の離職率を、それぞれ λ, λ_0 とし分けて考慮している。これは、対象勤務期間中に離職すると ESO が無効となるため、この期間中の離職率は対象勤務期間後より小さくなる (i.e., $\lambda < \lambda_0$) と考えられるからである。

境界 H に株価が最初に到達した時点を τ とし、離職および対象勤務期間の設定がない単純なケース (i.e., $\lambda = 0$, $T_1 = 0$) の ESO 価値 V は

$$V = \mathbb{E}\big[\mathrm{e}^{-rT}\max(S_T - K, 0)\mathbf{1}_{\{\tau > T\}}\big] + \mathbb{E}\big[(L\mathrm{e}^{-(r-\alpha)\tau} - K\mathrm{e}^{-r\tau})\mathbf{1}_{\{\tau \leq T\}}\big]$$

によって与えられる。上式の第 1 項は、境界 H に株価が達しなかったが、イン・ザ・マネーのときの価値である。また、第 2 項は、境界 H に株価が到達したときの価値であり、ESO の価値 V は両者の合計額であることを示している。Cvitanić et al. モデルは Hull & White モデルと同様、境界 H の見積りに問題がある。Hull & White モデルでは、境界 H が一定であるという点で問題があったが、Cvitanić et al. モデルでは境界 H が単調増加関数となっているため、現実と乖離した ESO 価値を算定する可能性がある。

◇ Kimura (2009) モデル

Kimura (2009) モデルは、離職率 λ を考慮した有限満期の連続時間モデルである。アメリカンオプションの研究成果から、境界 H は時間と共に減少する単調減少関数であると考えられる。Kimura (2009) はア

メリカンオプションに対する権利行使境界をある単調減少関数で近似し、さらにその平均的な高さを用いて H を近似することを提案し、近似境界

$$H = \frac{1}{3}\bar{S}_T + \frac{2}{3}\bar{S}$$

を導いた。ここで

$$\bar{S}_T = \max\left(1, \frac{r}{\delta}\right)K, \quad \bar{S} = \frac{\theta}{\theta - 1}K, \quad \theta = \frac{1}{\sigma^2}\left\{-\left(r - \delta - \frac{1}{2}\sigma^2\right) + \sqrt{\left(r - \delta - \frac{1}{2}\sigma^2\right)^2 + 2\sigma^2 r}\right\}$$

で与えられる。この境界 H は、客観的なデータを用いて算定することができるという点で非常に優れている。また、近似境界として求められた境界 H は単純な式で表されていることから、実務的にも利用しやすい。さらに、H は近似境界ではあるが、非常に精度が高いことも数値実験によって確かめられている。ESO の価値 $V(S,T)$ は

$$V(S,T) = \mathrm{e}^{-\lambda T}V^\circ(S;T) + \int_{T_1}^{T} \lambda \mathrm{e}^{-\lambda u}V^\circ(S;u)\mathrm{d}u$$

となる (Raupach (2003) 参照)。ここで、$V^\circ(S;T)$ は満期前に離職しない場合の ESO の価値であり

$$V^\circ(S;T) = S\mathrm{e}^{-\delta T_1}\Phi(d_{11}) - K\mathrm{e}^{-rT_1}\Phi(d_{21}) + S\mathrm{e}^{-\delta T}\psi_S - K\mathrm{e}^{-rT}\psi_K + (H-K)\psi_R$$

で与えられる。ESO の価値 $V^\circ(S;T)$ を求めるための各パラメータは以下の通りである。

$$\alpha = \left(\frac{1}{\sigma^2}\right)\left(r - \delta - \frac{1}{2}\sigma^2\right), \qquad \beta = \sqrt{\alpha^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}, \qquad \rho = \sqrt{\frac{T_1}{T}}$$

$$d_{\pm}(x,y,\tau) = \frac{\log(x/y) + (r - \delta \pm \frac{1}{2}\sigma^2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}, \qquad h_{\pm}(x,y,\tau) = \frac{\log(x/y) \pm \beta\sigma^2\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

$$\psi_S = \Phi_2(-d_{11}, d_{12}; -\rho) - \Phi_2(-d_{11}, d_{13}; \rho) - (H/S)^{2(\alpha+1)}\{\Phi_2(d_{31}, d_{32}; \rho) - \Phi_2(d_{31}, d_{33}; \rho)\}$$

$$\psi_K = \Phi_2(-d_{21}, d_{22}; -\rho) - \Phi_2(-d_{21}, d_{23}; -\rho) - (H/S)^{2\alpha}\{\Phi_2(d_{41}, d_{42}; \rho) - \Phi_2(d_{41}, d_{43}; \rho)\}$$

$$\psi_R = (H/S)^{\alpha+\beta}\Phi_2(h_{11}, -h_{12}; -\rho) + (H/S)^{\alpha-\beta}\Phi_2(h_{21}, -h_{22}; -\rho)$$

$$\begin{aligned}
&d_{11} = d_+(S,H,T_1), && d_{12} = d_+(S,K,T), && d_{13} = d_+(S,H,T)\\
&d_{21} = d_-(S,H,T_1), && d_{22} = d_-(S,K,T), && d_{23} = d_-(S,H,T)\\
&d_{31} = d_+(H,S,T_1), && d_{32} = d_+(H^2/K,S,T), && d_{33} = d_+(H,S,T)\\
&d_{41} = d_-(H,S,T_1), && d_{42} = d_-(H^2/K,S,T), && d_{43} = d_-(H,S,T)\\
&h_{11} = h_+(H,S,T_1), && h_{12} = h_+(H,S,T) &&\\
&h_{21} = h_-(H,S,T_1), && h_{22} = h_-(H,S,T) &&
\end{aligned}$$

3 アメリカンオプションモデル

3.1 離散時間モデル

◇ **Ammann & Seiz (2004) モデル**

Hull & White モデルと同様、アメリカンオプションとして二項モデルを用いた離職率と対象勤務期間を考慮したモデルである。Hull & White モデルとは、対象勤務期間中 ($i\Delta t < T_1$) の判定条件だけが異なる。すなわち

対象勤務期間中 ($i\Delta t < T_1$) の場合

- $\max(S_{i,j} - H, 0) \geq \mathrm{e}^{-r\Delta t}[pf_{i+1,j+1} + (1-p)f_{i+1,j}]$ のとき

$$f_{i,j} = \max(S_{i,j} - K, 0) = S_{i,j} - K$$

- それ以外のとき

$$f_{i,j} = (1 - \lambda\Delta t)\mathrm{e}^{-r\Delta t}\big[pf_{i+1,j+1} + (1-p)f_{i+1,j}\big] + \lambda\Delta t \max(S_{i,j} - K, 0)$$

となる。離散時間モデルでは、正確な計算を行うため Δt を小さくする必要があるが、小さくするほどステップ数が増え、計算時間がかかるという点で問題がある。その一方で、離散時間モデルは、計算が正確なためベンチマークとして用いられることも多い。さらに、ステップごとに計算をするため、モデルを拡張しやすいという特徴がある。

3.2 連続時間モデル

◇ Sircar & Xiong (2007) モデル

権利行使境界のみならず、権利行使価格や満期がリセットされる境界も考慮した連続時間モデルであるが、満期を無限大と仮定した無期限オプションを想定している。Sircar & Xiong モデルでは複雑化する ESO の契約形態にあったモデルの構築を試みている点に特徴がある。一方で、このモデルでは、実際の ESO の満期は有限であるにもかかわらず、満期を無限大と仮定しているため、現実と乖離しており、ESO 価値を適切に評価できない可能性がある。

◇ Leung & Sircar (2009) モデル

Leung & Sircar モデルは、ESO 保持者の保有資金、リスク回避傾向によって権利行使時期が異なるとして、ESO 保持者の期待効用を考慮した点に特徴がある連続時間モデルである。Leung & Sircar モデルの ESO 価値を求める問題は、反応拡散型の非線形自由境界値問題に帰着される。効用関数としては、指数効用 $U(x) = -\mathrm{e}^{-\gamma x}$ を用いている。ここで、x は保有資金、γ はリスク回避傾向を表している。しかし、人の効用は千差万別であり、効用を客観的に測定することは困難であり、リスク回避傾向は人によって様々なことから、ESO 価値を適切に評価する γ を測定することは困難と考えられる。

◇ Kimura (2010) モデル

配当を考慮したアメリカン・コール・オプションに対する 2 次近似を応用した近似モデルである。離職がない場合のオプション価値 $V^\circ(S;T)$ は

$$\begin{aligned}
V^\circ(S;T) = {} & S\mathrm{e}^{-\delta T_1}\Phi\big(d_+(S, \bar{S}_{T_1}, T_1)\big) - K\mathrm{e}^{-rT_1}\Phi\big(d_-(S, \bar{S}_{T_1}, T_1)\big) \\
& + S\mathrm{e}^{-\delta T}\Phi_2\big(-d_+(S, \bar{S}_{T_1}, T_1), d_+(S, K, T); -\rho\big) \\
& - K\mathrm{e}^{-rT}\Phi_2\big(-d_-(S, \bar{S}_{T_1}, T_1), d_-(S, K, T); -\rho\big) \\
& + e(S, T_1)\mathrm{e}^{-(r-\zeta(T_1))T_1}\Phi\big(-d_-(S, \bar{S}_{T_1}, T_1) - \theta_{T_1}\sigma\sqrt{T_1}\big)
\end{aligned}$$

で与えられる。ここで、$\zeta(T_1) = r/(1 - \mathrm{e}^{-r(T-T_1)})$ および

$$e(S,T_1) = \left\{1 - \mathrm{e}^{-\delta(T-T_1)}\Phi(d_+(\bar{S}_{T_1}, K, T - T_1))\right\}\frac{\bar{S}_{T_1}}{\theta_{T_1}}\left(\frac{S}{\bar{S}_{T_1}}\right)^{\theta_{T_1}}$$

と定義する。離職がある場合のオプション価値 $V(S;T)$ は、Kimura (2009) モデルと同様に

$$V(S;T) = \mathrm{e}^{-\lambda T}V^{\circ}(S;T) + \int_{T_1}^{T}\lambda\mathrm{e}^{-\lambda u}V^{\circ}(S;u)\mathrm{d}u$$

と導かれる。Kimura (2010) モデルは Kimura (2009) モデルよりも簡単な式で表現されるものの、Ammann & Seiz モデルをベンチマークとして数値実験を行った結果、Kimura (2009) モデルより若干近似精度が劣り、1%程度過大評価する傾向にあることが知られている。

4 今後の課題

離職や早期行使に対して ESO のモデル設計がなされているが、ESO 保持者の行動と株価との関係を分析してより精度の高いモデル設計が必要であると考えられる。近年、経営者・従業員のインセンティブ向上のために、様々な契約形態の ESO が企業において発行されている。具体的には、リロードオプション、プレミアムオプション、インデックスオプション等がある。そこで、ESO ごとの契約条件に即したモデルの開発が必要である。また、様々な ESO ごとに ESO 保持者のインセンティブも異なることから、株価との関連性を考慮したモデル設計が必要である。さらに、会計制度や税制の改正が ESO の公正価値にどのような影響を与えていくのかを検証し、モデル構築に役立てることが必要と考えられる。

参考文献

[1] Ammann, M. and Seiz, R. (2004), "Valuing employee stock options: Does the model matter?," *Finance Analysts Journal*, **60**, 21–37.

[2] Black, F. and Scholes, M. (1973), "The Pricing of Options and Corporate Liabilities," *Journal of Political Economy*, **81**, 637–654.

[3] Carr, P. and Linetsky, V. (2000), "The valuation of executive stock options in an intensity-based framework," *European Finance Review*, **4**, 211–230.

[4] Charles. J.C. and Philippe. J. (1995), "Valuing executive stock options with endogenous departure," *Journal of Accounting and Economics*, **20**, 193–205

[5] Cvitanić, J., Wiener, Z. and Zapatero, F. (2008), "Analytic pricing of employee stock options," *The Review of Financial Studies*, **21**, 683–724.

[6] Financial Accounting Standards Board (1995), Accounting for Stock-Based Compensation, FASB Statement 123.

[7] Financial Accounting Standards Board (2004), Share-Based Payment, FASB Statement No. 123.

[8] Hull, J.C. and White, A. (2004), "How to value employee stock options," *Financial Analysts Journal*, **60**, 114–119.

[9] Jennergren, L.P. and Näslund, B. (1993), "A comment on Valuation of executive stock options and the FASB proposal," *The Accounting Review*, **68**, 179-183.

[10] Kimura, T. (2009), "A Barrier Option Model for Valuing Executive Stock Options," Discussion Paper Series A, No. 2009-211 Graduate School of Economics and Business Administration, Hokkaido University.

[11] Kimura, T. (2010), "Valuing executive stock options: A quadratic approximation," *European Journal of Operational Research*, **207**, 1368–1379.

[12] Leung, T. and Sircar, R., (2009), "Accounting for risk aversion, vesting, job termination risk and multiple exercises in valuation of employee stock option," *Mathematical Finance*, **19**, 99–128

[13] Raupach, P. (2003), "The Valuation of Employee Stock Options? How Good Is the Standard?," Working Paper, Goethe University Frankfurt am Main.

[14] Sircar, R. and Xiong, W. (2007), "A general framework for evaluating executive stock options," *Journal of Economic Dynamics & Control*, **31**, 2317–2349.